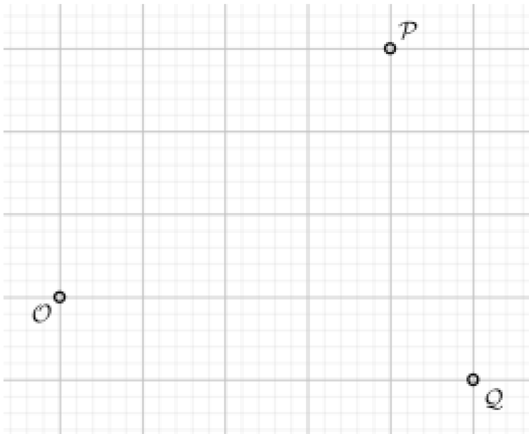
Torneo Geometría e Imaginación

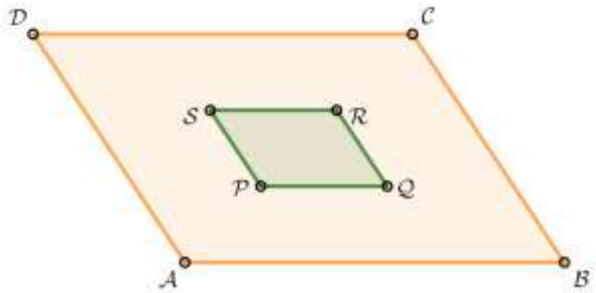
Problema Semanal de entrenamiento P9 – T4 – 2025

Sean los puntos O, P y Q en la cuadrícula, como indica la figura. La circunferencia con centro O que pasa por P, ¿pasa por Q?



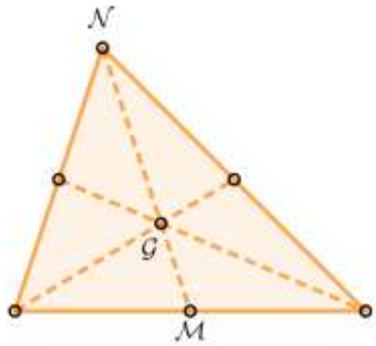
Solución P8 – T4 – 2025

En el paralelogramo *ABCD* se toman los respectivos baricentros *P*, *Q*, *R* y *S* de los triángulos *ABC*, *BCD*, *CDA* y *DAB*. Mostrar que *PQRS* es un paralelogramo que se puede obtener mediante una homotecia de razón $\frac{1}{3}$ aplicada a *ABCD*.



<u>Solución</u>:

Primero revisemos el concepto de baricentro y su propiedad fundamental. El baricentro de un triángulo es el punto *G* de intersección de sus medianas y divide a éstas en la relación *2:1*.



En la figura precedente, *M* es el punto medio del lado opuesto al vértice *N*, es decir, *MN* es una mediana del triángulo siendo:

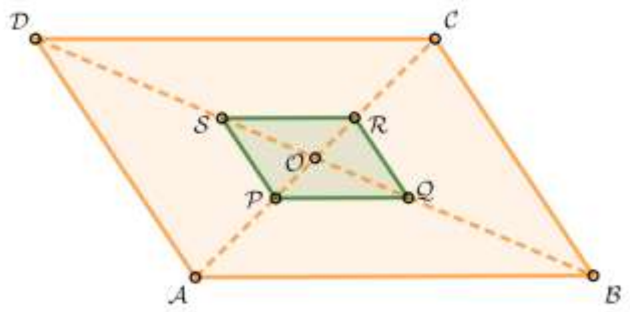
$$NG = 2 \cdot GM$$

o bien:

$$GM = \frac{1}{3} \cdot NM$$

lo que significa que *G* puede obtenerse aplicando a *N*, la homotecia con centro en *M* y razón $\frac{1}{3}$.

Volviendo al problema, si se tiene en cuenta que, por tratarse de un paralelogramo, las diagonales de *ABCD* se cortan en sus puntos medios que indicamos con *O*, resulta que *BO* es mediana de *ABC*, *CO* es mediana de *BCD*, *DO* es mediana de *CDA* y *AO* es mediana de *DAB*.



La homotecia con centro en O y razón $\frac{1}{3}$, transforma A, B, C y D en P, Q, R y S respectivamente.